Suport de curs pentru clasa a X-a Matematica-profesionala

Cuprins:

Funcţia putere. Funcţia radical. Funcţia exponenţiala. Funcţia logaritmica

Pentru n un număr natural nenul **funcţia putere cu exponent natural** este funcţia $f: R \rightarrow D$, $f(x)=x^n$ unde D=R daca n este impar si D=[0,+∞) dac n este par..

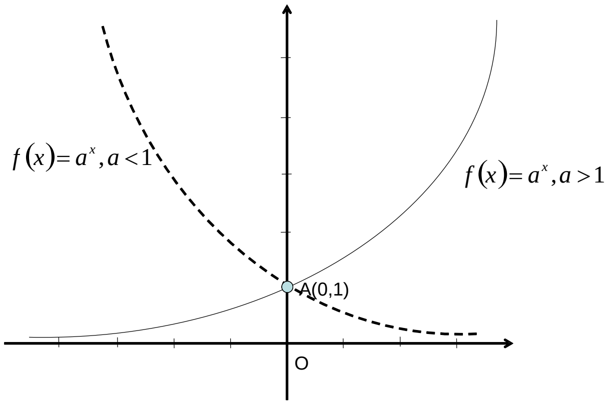
3. Funcţia f: [0,+∞) →R $f(x)=\sqrt{x}$ se numeşte **funcţia radical de ordinul II.**
Funcţia f: R →R $f(x)=\sqrt[3]{x}$ se numeşte **funcţia radical de ordinul III..**

6.Pentru a un numar real pozitiv, a≠1 funcţia f: R →(0,+∞) $f(x)=a^x$ se numeşte **funcţia exponenţiala.**
8.Pentru a un număr real pozitiv, a≠1 funcţia f: (0,+∞) →R, $f(x)=\log_a x$ se numeşte **funcţia logaritmica.**

Functia exponentială
Daca $a > 0$; $a \neq 1$ functia $f : R \rightarrow (0,\infty)$; $f(x) = a^x$ -functie exponentiala. Graficul functiei exponentiale :

Nr. Crit.	proprietati	$f(x)=a^x, a>1$	$f(x)=a^x, 0<a<1$
1	Grafic		
2	Intersectia cu axele		
3	Paritate		
4	Simetrie		
5	Convexitate		
6	Monotonie		
7	Semn		
8	Injectivitate		
9	Surjectivitate		
10	Bijectivitate		

FOLOSITI MANUALUL PENTRU A COMPLETA TABELUL



APLICATII

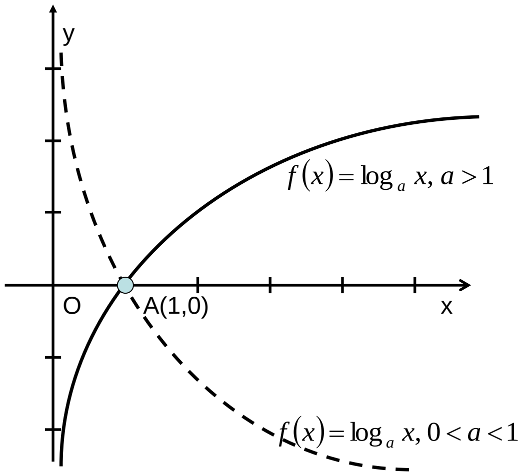
1. Aflati functia $f(x)=b\cdot a^x$, ce trece prin punctele: a) $A(0,3); B(1,6)$ b) $A(1,1); B(2,2)$ c) $A\left(1,\frac{3}{2}\right); B\left(2,\frac{3}{4}\right)$.

2. Ordonati crescator numerele: a) $3^{\frac{1}{2}}; 3^3; 3^{-5}; 3^{0,75}; 3^{1,(2)}; 3^{\sqrt{5}}$ b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}; \left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{35}}; \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}; \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{1}{3}}; \left(\frac{2}{3}\right)^{2,5}$

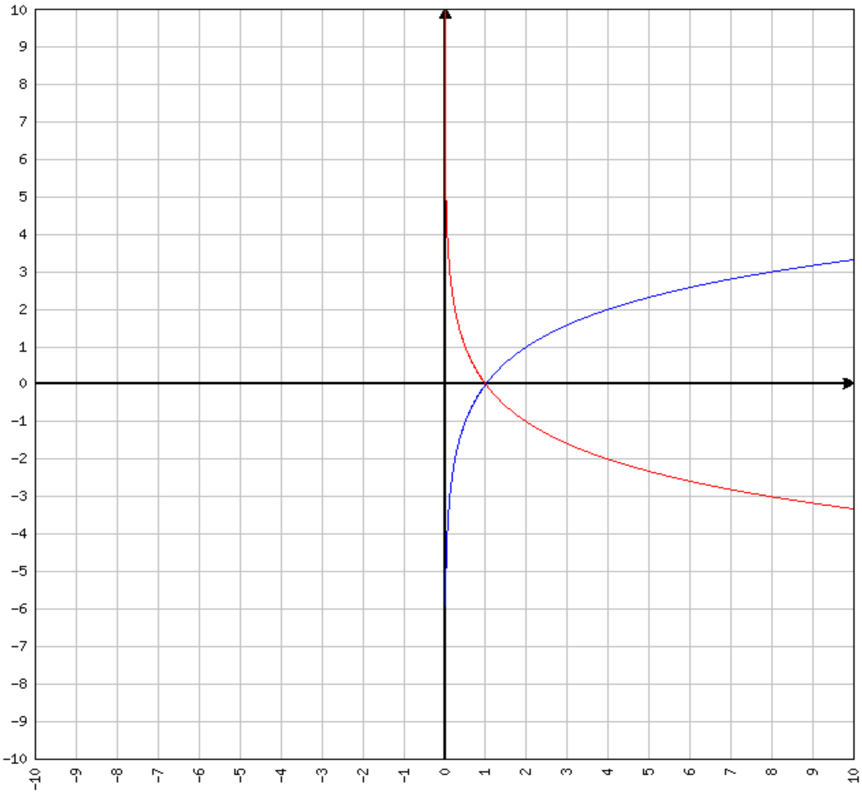
3. Studiati monotonia functiilor:, $f: R\to(0,\infty)$; $f(x)=2^x+3^x$; $f(x)=\frac{2^x+3^x}{5^x}$; $f(x)=0,6^x+0,25^x$

<u>Funcţia logaritmică.</u>

Definiţie: Fie $a > 0$, $a\neq1$. Funcţia $f: (0, +\infty) \to \mathbf{R}$ definită prin $f(x)= \log_a x$, se numeşte funcţie logaritmică în baza a.



<table>
<tr><td>Funcţia</td><td colspan="2">$f: (0, +\infty) \to \mathbf{R}$; $0 < a < 1$
$f(x)= \log_a x$</td><td colspan="2">$f: (0, +\infty) \to \mathbf{R}$; $a>1$
$f(x)= \log_a x$</td></tr>
<tr><td>Intersecţia cu axele de coordonate</td><td colspan="2">$G_f \cap Ox$: $f(x)=0 \Rightarrow x=1$
$\Rightarrow A(1,0) \in Ox$
Gf nu taie axa Oy</td><td colspan="2">$G_f \cap Ox$: $f(x)=0 \Rightarrow x=1$
$\Rightarrow A(1,0) \in Ox$
Gf nu taie axa Oy</td></tr>
<tr><td>Convexitate şi concavitate</td><td colspan="2">Convexă</td><td colspan="2">Concavă</td></tr>
<tr><td>Monotonie</td><td colspan="2">Strict descrescătoare</td><td colspan="2">Strict crescătoare</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Semnul funcţiei logaritmice</td><td>x</td><td>0 1 $+\infty$</td><td>x</td><td>0 1 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$\log_a x$</td><td>$-\infty$ - 0 + + + + $+\infty$</td><td>$\log_a x$</td><td>$+\infty$ + 0 - - - - $-\infty$</td></tr>
<tr><td>Bijectivitate</td><td colspan="2">Da</td><td colspan="2">Da</td></tr>
<tr><td>Funcţia inversă</td><td colspan="2">$f^{-1}: \mathbf{R} \to (0, +\infty)$
$f^{-1}(x) = a^x$ cu $0 < a < 1$</td><td colspan="2">$f^{-1}: \mathbf{R} \to (0, +\infty)$
$f^{-1}(x) = a^x$ cu $a > 1$</td></tr>
<tr><td>Comportament asimptotic</td><td colspan="2">Axa Oy este asimptotă verticală la $+\infty$</td><td colspan="2">Axa Oy este asimptotă verticală la $-\infty$</td></tr>
</table>



Exemplu: f_1: R → (0,+∞), $f_1(x) = \log_4 x$ (grafic culoare albastră) şi f_2: R → (0,+∞),$f_2(x) = \log_{1/4} x$ (grafic culoare roşie)

Functia logaritmica - APLICATII

Daca $a > 0;\ a \neq 1$ functia $f:(0,\infty) \to R;\ f(x) = \log_a x$-functie logaritmica. Graficul functiei logaritmice :

Nr. Crit.	proprietati	$f(x) = \log_a x,\ a > 1$	$f(x) = \log_a x,\ 0 < a < 1$
1	Grafic		
2	Intersectia cu axele		
3	Paritate		
4	Simetrie		
5	Convexitate		
6	Monotonie		
7	Semn		
8	Injectivitate		
9	Surjectivitate		
10	Bijectivitate		

FOLOSITI MANUALUL PENTRU A COMPLETA TABELUL

4. Aflati functia $f(x)=\log_a x$, ce trece prin punctele: a) $A(8,3)$ b) $A(25,2)$ c) $A(4,-2)$, d) $A(8,-3)$

5. Ordonati crescator numerele: a) $\log_5 \frac{1}{2}; \log_5 3; \log_5 0{,}3; \log_5 1,(6); \log_5 \sqrt{5}$

b) $\log_{0,5} \frac{2}{3}; \log_{0,5} \sqrt{37}; \log_{0,5} 5,(3); \log_{0,5} 3^2; \log_{0,5} 1{,}75$

6. Studiati monotonia functiilor:, $f:(0,\infty)\to R$; $f(x)=\log_{2m-9} x$; $f(x)=\log_{3m+7} x$; $f(x)=\log_{\frac{3y-9}{y+4}} x$

FIŞĂ DE LUCRU

1.) Să se efectueze:

a.) $\dfrac{3^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}}{\left(\frac{4}{5}\right)^{0}-18\cdot 3^{-3}}$; b.) $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-5\cdot(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{\left(\frac{3}{8}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{3}+\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}$;

c.) $\dfrac{4x^{-2}-9y^{-2}}{a-b}\cdot\dfrac{a^{-2}-b^{-2}}{2x^{-1}+3y^{-1}}$; d.) $\dfrac{a^{-3}-b^{-3}}{x^{-1}+y^{-1}}\cdot\dfrac{x+y}{a^{-2}+a^{-1}b^{-1}+b^{-2}}$.

2)Arătaţi că numărul $S=\sqrt{2^4}+\sqrt{\dfrac{5}{0{,}0(2)}}+\sqrt{\dfrac{55}{0{,}0(02)}}+\sqrt{\dfrac{555}{0{,}0(002)}}$ este pătrat perfect

Logaritmi –

3) Să se calculeze :

Rezolvă singur!

- $\log_3 81=$
- $\log_5 \sqrt{125}=$
- $\log_2 \dfrac{1}{\sqrt[6]{128}}=$
- $\lg\sqrt{\dfrac{1}{100}}=$
- $\ln\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt[4]{e}}}=$

4) Să se calculeze:

a.) $E=2\log_5\sqrt{5}+3\log_2 8$; b.) $E=\log_3\dfrac{81}{\sqrt{3}}-2\log_3 27$;

c.) $E=\dfrac{\log_3 135}{\log_{75} 3}-\dfrac{\log_3 45}{\log_{675} 3}$; d.) $E=\log_2\sqrt{8}+\log_3\sqrt[3]{81}$;